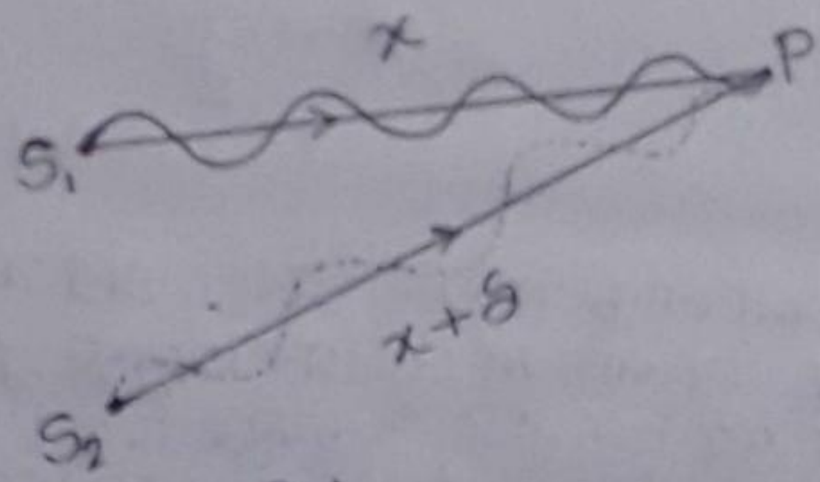
(3) ব্যতিচারের গাণিতিক বিশ্লেষণ (Mathematical analysis of Interference):



S_1 এবং S_2 দুটি একবর্ণী আলোক যাদের মধ্যে দশা পার্থক্য ধ্রুবক। উৎস থেকে উৎপন্ন আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ, বিস্তার a এবং বেগ v। আলোক তরঙ্গ দুটি একই দিকে যেতে যেতে P বিন্দুতে উপরিপাত হল। S_1 এবং S_2 উৎস থেকে উৎপন্ন তরঙ্গ t সময়ে P বিন্দুতে y_1 এবং y_2 তরঙ্গ উৎপন্ন করে।

$$\therefore y_1 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

এবং $$y_2 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\{vt-(x+\delta)\}$$

এখানে δ তরঙ্গ দুটি দশা পার্থক্য। P বিন্দুর লব্ধি তরঙ্গ হলে উপরিপাতের সূত্র থেকে পাই

$$y = y_1 + y_2$$

$$= a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) + a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\{vt-(x+\delta)\}$$

$$= a\left[\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) + \sin\frac{2\pi}{\lambda}\{vt-(x+\delta)\}\right]$$

$$= 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{\frac{(vt-x)+vt-(x+\delta)}{2}\right\}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left\{\frac{vt-x-vt+(x+\delta)}{2}\right\}$$

$$\left[\because \sin C+\sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}\right]$$

$$= 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{\frac{vt-x+vt-x-\delta}{2}\right\}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left\{\frac{vt-x-vt+x+\delta}{2}\right\}$$

$$= 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{\frac{2vt-(2x+\delta)}{2}\right\}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$= 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{vt-\left(x+\frac{\delta}{2}\right)\right\}\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{vt-\left(x+\frac{\delta}{2}\right)\right\} \quad \text{যেখানে } A = 2a\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$$

Scanned by TapScanner

⑭ ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার (Destructive Interference):

$$A = 2a\cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$$

যেখানে, $\delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots\ldots = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

$$\therefore \cos\frac{\pi\delta}{\lambda} = 0$$

δ এর ঐই অমযুগ্ম মানের জন্য লব্ধি বিস্তার এবং তীব্রতা শূন্য অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে তরঙ্গ দুটির পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ এর অযুগ্ম গুনিতক ঐই সকল বিন্দুতে আলোর তীব্রতা শূন্য। ওই বিন্দুগুলি অন্ধকার বিন্দু। ওই সকল বিন্দুগুলি ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার (Destructive interference) সৃষ্টি করে।

⑮ গঠনমূলক ব্যতিচার (Constructive Interference):

$$\delta = 0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \ldots\ldots = 2n\frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \cos\frac{\pi\delta}{\lambda} = \pm 1 \qquad \therefore A = \pm 2a \text{ (সর্বাধিক)}$$

$\therefore \delta = n\lambda$, যেখানে $n = 0, 1, 2, \ldots\ldots$

বিস্তার সর্বাধিক হওয়ায় তীব্রতাও সর্বোচ্চ হয়। যে সকল বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ এর যুগ্ম গুনিতক ঐই সকল বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি গঠনমূলক ব্যতিচার সৃষ্টি বলে। ওই বিন্দুগুলিকে উজ্জ্বল বিন্দু বলা হয়।

⑯ আলোর স্থায়ী ব্যতিচারের শর্ত (Conditions of sustained interference of Light)

স্থায়ী ব্যতিচারের শর্তগুলি হল—

① দুটি উৎস নিরবিচ্ছিন্ন ভাবে সম তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এবং সম বিস্তারের তরঙ্গ উৎপন্ন করবে।

② উৎস দুটি সুসংগত হবে।

③ উৎস দুটি খুব কাছাকাছি থাকবে তা না হলে উজ্জ্বল বিন্দু ও অন্ধকার বিন্দু খুব কাছাকাছি উৎপন্ন হবে।

④ উভয় তরঙ্গ একই প্রকারে অগ্রবর্তিত হতে হবে।

⑰ সুসংগত উৎস উৎপাদনের মুখ্য পদ্ধতি ও প্রতিটির উদাহরণ (Methods of creating Coherent Sources):

সুসংগত উৎস উৎপাদনের মুখ্য পদ্ধতিগুলি হল

① তরঙ্গ মুখের বিভাজন (Division of wave front)

② বিস্তার বিভাজন (Division of Amplitude)

Scanned by TapScanner