সরল দোলগতির উদাহরন :-

(1) সরল দোলক :- 1 নং চিত্রে একটি সরল দোলক দেখানো হয়েছে যার দৈর্ঘ্য $OA = l$ এবং নিম্নের ভর m. ধরা যাক নিম্নটি সাম্য অবস্থান A থেকে B তে আসে যার ফলে কৌনিক সরন $= \angle AOB = \theta$. B অবস্থানে নিম্নের ভর mg উল্লম্বভাবে নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এই বলের দুটি উপাংশের মধ্যে $mg\sin\theta$ B থেকে A-এর দিকে ক্রিয়া করে এবং $mg\cos\theta$ সুতোর টান T কে প্রশমিত করে।

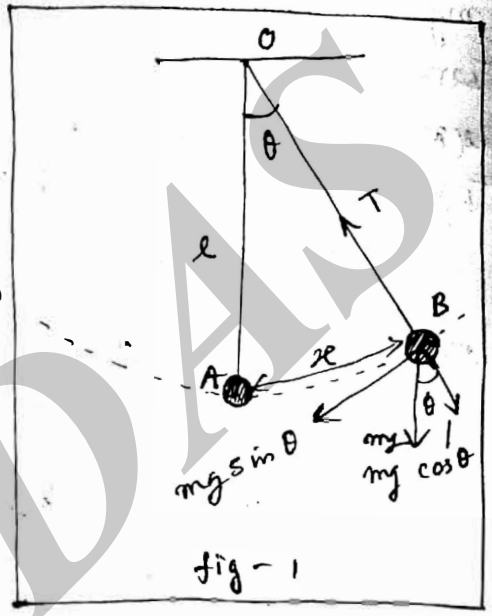

fig - 1

$\therefore mg\cos\theta = T$

এবং $mg\sin\theta = -F$

$\therefore F = -mg\sin\theta$

$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\cdot\frac{x}{l}$ [θ খুব ক্ষুদ্র হওয়ায় আমরা $\sin\theta \simeq \theta \simeq \tan\theta = \frac{x}{l}$]

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0$ ——— (1)

(1) নং সমীকরণটি সরলদোলগতির অবকল সমীকরণ। সুতরাং $\omega^2 = \frac{g}{l}$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$,

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

ARNAB DAS

(2) ভরযুক্ত স্প্রিং-এর উল্লম্ব দোলন :-

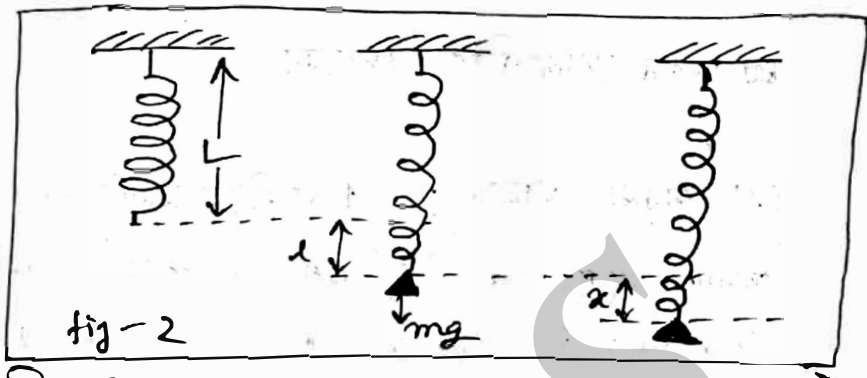

fig-2

2নং চিত্রে L দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং-এর একপ্রান্ত দেওয়ালে প্রথমে ঊর্ধ্ব প্রান্তে mg ভর ঝোলালে স্প্রিংটি, যার আদি দৈর্ঘ্য l পরিমান বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে l পরিমান বিকৃতির জন্য উদ্ভূত স্থিতিস্থাপকবল $= kl$, k = স্প্রিং ধ্রুবক।

$\therefore$ সাম্যাবস্থায়, $mg = kl \Rightarrow k = \frac{mg}{l}$

এবার m ভরটিকে x পরিমান নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়, ফলে প্রত্যানয়নবল

$$F = -kx$$

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{---} \quad (2)$$

(2) নং সমীকরণটি সরলদোলগতির অবকল সমীকরণ $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ এর সমতুল্য।

$\therefore \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad [\because mg = kl]$$

লক্ষনীয় যে এক্ষেত্রে l কিন্তু স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য নয়, আপাতিক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি।

(3) U-নল তরলের দোলন :-

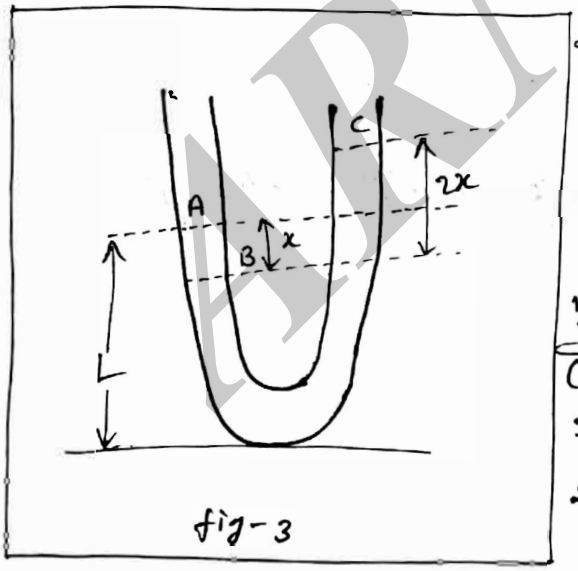

fig-3

3নং চিত্রে একটি U-নলে তরলের দোলন দেখানো হয়েছে। চাপ প্রয়োগের আগে নলে তরলের উচ্চতা ছিল L।

সুতরাং তখন U-নলে তরলের ভর $m = 2L\alpha\rho$

α = U-নলের বাহুর প্রস্থচ্ছেদ এবং ρ = তরলের ঘনত্ব।

তরলের উপর চাপ প্রয়োগ করে A স্থান থেকে B স্থানে নামিয়ে দিলে অন্য বাহুতে তরল B থেকে C স্থানে পৌঁছে যায়। এখানে উভয় বাহুতেই তরলের সমসংখ্যক ঊর্ধ্বমুখী দেখা যাবে। সুতরাং $AB = x$ হলে U-নলের দুই বাহুতে মোট তরলের উচ্চতার পার্থক্য $= 2x$।

ARNAB DAS

∴ প্রত্যানয়ক বল $F = -2x\alpha\rho g$

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -2x\alpha\rho g$$

$$\Rightarrow 2L\alpha\rho\frac{d^2x}{dt^2} + 2x\alpha\rho g = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{L}x \quad \text{---------} \quad (3)$$

(3) নং সমীকরণটি একটি সরল দোলগতির অবকল সমীকরণের সমতুল্য।

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

(4) চোঙে আবদ্ধ গ্যাসের দোলন :- 4 নং চিত্রে α প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি চোঙ দেখানো হয়েছে যেখানে একটি নিখুঁত ঘর্ষণহীনভাবে ওঠা-নামা করতে পারে।

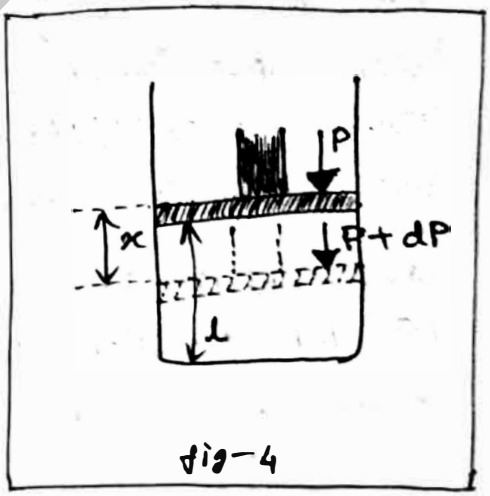

fig-4

নিম্ন অবস্থানে বায়ুস্তম্ভের নিম্নমুখী চাপ = P। এই অবস্থানে গ্যাসস্তম্ভের দৈর্ঘ্য = l। এবার আরও dP পরিমাণ চাপ বৃদ্ধি করে নিখুঁতনীকে x দূরত্ব নামানো হল। এর ফলে গ্যাসের উদ্ভূত স্থিতিস্থাপক বল নিখুঁতনীকে উপরে ঠেলবে।

∴ আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক $k = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \frac{dP}{-\frac{dv}{v}}$

$$\Rightarrow k = \frac{dP}{-\frac{\alpha x}{l\alpha}}$$

$$\Rightarrow dP = -\frac{kx}{l}$$

∴ প্রত্যানয়ক বল $= dP\alpha = -\frac{kx\alpha}{l}$

ARNAB DAS

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k\alpha x}{l}$$

$$\Rightarrow \alpha l\rho \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k\alpha x}{l} \quad \left[\text{তারের ভর } m = \alpha l\rho \text{ ; } \rho = \text{তারের ঘনত্ব}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\rho l^2}x = 0 \quad \text{---------- (4)}$$

(4) নং সমীকরণটি সরলদোলনগতির অবকল সমীকরণ $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ -এর সমতুল্য

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{k}{\rho l^2}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho l^2}{k}}$$

<5> ভাসমান বস্তু :- 5 নং চিত্রে m ভরের একটি চোঙ (প্রস্থচ্ছেদ = α) ρ ঘনত্বের তরলে ভাসছে। দ্বিতীয় সাম্যে বলা যায় চোঙটি l পরিমান তরলের ভেতরে রয়েছে। এমতাবস্থায় বস্তুটি তার সমান ওজনের তরল অপসারিত করে।

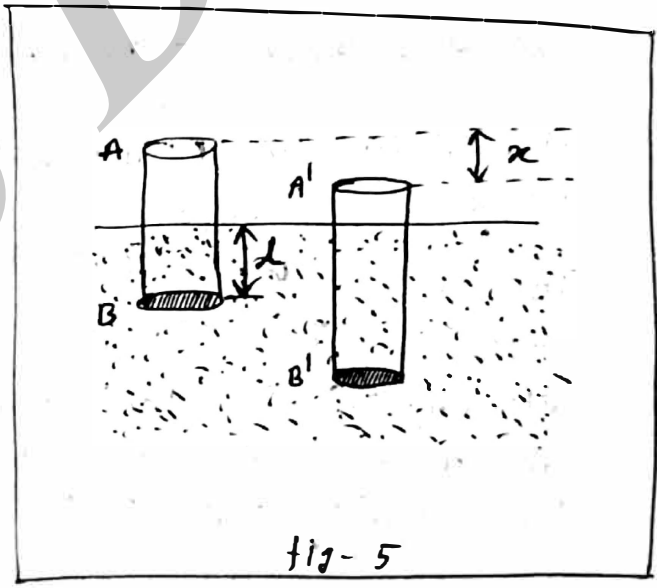

fig- 5

এখন চোঙটিকে চাপ প্রয়োগ করে AB অবস্থান থেকে A'B' অবস্থানে ডোবানো হল এবং তা ছাড়া x পরিমান সরল হল।

$\therefore$ প্রত্যানয়ন বল $F = -\alpha\rho x g$

[x পরিমান তরলের ভর $= \alpha\rho x$, α = চোঙের প্রস্থচ্ছেদ।]

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha\rho x g$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\alpha\rho g}{m}x = 0 \quad \text{---------- (5)}$$

(5) নং সমীকরণটি সরলদোলনগতির অবকল সমীকরণ $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ -এর সমতুল্য।

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{\alpha\rho g}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\alpha\rho g}}$$

ARNAB DAS